



QUANPIN ZHINENGZUOYE

智能作业

高中数学⁷
选择性必修第三册

RJA

主编：肖德好

天津出版传媒集团
天津人民出版社

编写依据

以新教材为本，以课程标准（2017年版2020年修订）为纲。

选题依据

- 研究新教材使用地区最新题源，研究新教材新课标形式下的同步命题特点。
- 选题注重落实必备知识，满足同步教学中的基础性要求，兼顾一定的综合性。
- 强调试题的情境性、开放性，拓展学科知识的应用性和创新性。

▼ 课时作业

特点一 课时作业，分层设置

- 夯实基础——巩固必备知识、落实规范解答
- 素养提能——提升学科素养、形成关键能力
- 思维训练——拓广解题思路、提升数学思维



特点二 细分课时，并针对重难点和考试热点分别设置专题突破练和热点题型探究

- 专题突破练——讲次重难点，重点专题复习
- 热点题型探究——题型方法全面概括，解析本章考试热点难点

▼ 素养测评卷

单元素养测评卷

知识覆盖到位，有助查漏补缺

阶段素养测评卷

模块素养测评卷

覆盖全书知识，精准备战期末



**精选一线好题，拒绝知识倒挂、选题超纲现象，
助力同步高效学习！**

CONTENTS

全品智能作业·数学 RJA

06

第六章 计数原理

6.1 分类加法计数原理与分步乘法计数原理	001
第1课时 两个计数原理的简单应用 / 001	第2课时 两个计数原理的综合应用 / 003
6.2 排列与组合	005
6.2.1 排列	005
6.2.2 排列数	007
第1课时 排列数公式 / 007	第2课时 排列的简单应用 / 009
6.2.3 组合	011
6.2.4 组合数	013
第1课时 组合数公式及性质 / 013	第2课时 组合的简单应用 / 015
✔ 专项突破练1 计数原理的常用方法	017
✔ 滚动习题(一) [范围 6.1~6.2]	019
6.3 二项式定理	021
6.3.1 二项式定理	021
6.3.2 二项式系数的性质	023
✔ 专项突破练2 二项式定理与杨辉三角	025
✔ 滚动习题(二) [范围 6.1~6.3]	027
✔ 热点题型探究(一)	029

- 题型1 排列、组合的热点问题 / 029
- 题型2 求展开式中的特定项 / 030
- 题型3 赋值法求二项展开式中某项的系数或系数和 / 030
- 题型4 二项式定理的应用 / 030

07

第七章 随机变量及其分布

7.1 条件概率与全概率公式	031
7.1.1 条件概率	031
7.1.2 全概率公式	033
7.2 离散型随机变量及其分布列	035
7.3 离散型随机变量的数字特征	037
7.3.1 离散型随机变量的均值	037
7.3.2 离散型随机变量的方差	040
✔ 滚动习题(三) [范围 7.1~7.3]	043

7.4 二项分布与超几何分布	046
7.4.1 二项分布	046
7.4.2 超几何分布	049
7.5 正态分布	051
☑ 滚动习题(四) [范围 7.1~7.5]	054
☑ 热点题型探究(二)	057

- 题型 1 条件概率与全概率公式 / 057
- 题型 2 复杂事件的分布列与期望 / 058
- 题型 3 期望与方差的最值问题 / 059
- 题型 4 决策性问题 / 060
- 题型 5 与数列的综合问题 / 061
- 题型 6 创新问题 / 062

08 第八章 成对数据的统计分析

8.1 成对数据的统计相关性	063
8.2 一元线性回归模型及其应用	065
第 1 课时 一元线性回归模型及最小二乘估计 / 065	第 2 课时 非线性回归模型 / 068
8.3 列联表与独立性检验	071
☑ 滚动习题(五) [范围 8.1~8.3]	074
☑ 热点题型探究(三)	077
• 题型 1 变量关系与拟合模型 / 077	
• 题型 2 独立性检验与概率、统计综合问题 / 079	
☑ 专项突破练 3 函数视角下的概率统计问题	081

■ 参考答案	083
--------------	-----

◆ 素养测评卷 ◆

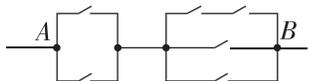
单元素养测评卷(一)	卷 1	阶段素养测评卷(二)	卷 13
单元素养测评卷(二)A	卷 3	模块素养测评卷(一)	卷 15
单元素养测评卷(二)B	卷 5	模块素养测评卷(二)	卷 17
阶段素养测评卷(一)	卷 7		
单元素养测评卷(三)	卷 9	参考答案	卷 19

6.1 分类加法计数原理与分步乘法计数原理

第1课时 两个计数原理的简单应用

基础夯实篇

1. [2024·辽宁抚顺六校高二期末] 音乐播放器里有15首中文歌曲和5首英文歌曲,任选1首歌曲进行播放,则不同的选法共有 ()
- A. 30种 B. 75种
C. 10种 D. 20种
2. 如图,若电路从A处到B处只有一条支路接通,则不同路径的条数为 ()



- A. 8 B. 6
C. 5 D. 3
3. [2024·山东济宁一中月考] 五一小长假前夕,甲、乙、丙三人从A,B,C,D四个旅游景点中任选一个前去游玩,其中甲去过A景点,所以甲不选A景点,则不同的选法有 ()
- A. 60种 B. 48种
C. 54种 D. 64种
4. 若三角形的三边长均为正整数,其中一边长为4,另外两边长分别为 b,c ,且满足 $b \leq 4 \leq c$,则这样的三角形有 ()
- A. 10个 B. 14个
C. 15个 D. 21个
5. [2024·武汉十一中月考] 用1,2,3,4四个数字组成没有重复数字的三位偶数,则共有 ()
- A. 6个 B. 18个
C. 24个 D. 12个
6. 一学习小组有4名男生、3名女生,任选一名学生当数学课代表,共有_____种不同的选法;若选男、女生各一名当组长,共有_____种不同的选法.

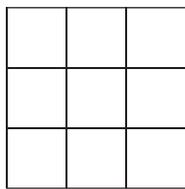
7. 某班有5名同学报名参加三项智力竞赛.

- (1)每人恰好参加一项,每项人数不限,有多少种不同的报名方法?
(2)每项限报1人,且每人至多参加一项,有多少种不同的报名方法?

素养提能篇

8. 一个教室有五盏灯,一个开关控制一盏灯,每盏灯都能正常照明,那么这个教室能被照明的方法有 ()
- A. 24种 B. 25种
C. 31种 D. 32种
9. 某校为增强学生体质,决定开展为期三天的阳光体育运动活动,共开设跑步、足球、篮球三项运动,每天的活动时间同时进行两项体育运动,篮球和足球不安排在同一天进行,则不同的安排方案种数为 ()
- A. 27 B. 26
C. 20 D. 8

10. 将红、黄、蓝三种颜色的三颗棋子分别放入 3×3 方格图中的三个方格内,如图,要求任意两颗棋子不同行且不同列,则不同放法的种数为 ()



- A. 12 B. 16
C. 24 D. 36
11. (多选题) 设从东、西、南、北四面通往山顶的路分别有 2, 3, 3, 4 条, 现要从一面上山, 从剩余三面中的任意一面下山, 则下列结论正确的是 ()
- A. 从东面上山有 20 种走法
B. 从西面上山有 27 种走法
C. 从南面上山有 30 种走法
D. 从北面上山有 32 种走法

12. (多选题) [2024 · 山东泰安二中月考] 下列说法中正确的有 ()

- A. 4 名同学选报跑步、跳高、跳远三个项目, 每人报一项, 共有 4^3 种报名方法
B. 4 名同学选报跑步、跳高、跳远三个项目, 每人报一项, 共有 3^4 种报名方法
C. 4 名同学争夺跑步、跳高、跳远三项冠军(每项冠军只允许一人获得), 共有 4^3 种可能结果
D. 4 名同学争夺跑步、跳高、跳远三项冠军(每项冠军只允许一人获得), 共有 3^4 种可能结果

13. 乘积式 $(a_1 + a_2 + a_3)(b_1 + b_2)(c_1 + c_2 + c_3)$ 展开后的项数是_____.

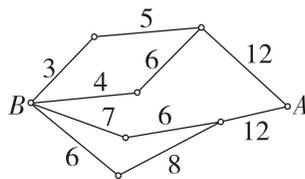
14. 我们把各个数位上的数字之和为 8 的三位数称为“幸运数”, 例如“170, 332, 800”都是“幸运数”, 则“幸运数”共有_____个.

15. 设集合 $M = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2\}$, $P(a, b)$ 是坐标平面上的点, $a, b \in M$.

- (1) P 可以表示多少个平面上不同的点?
(2) P 可以表示多少个第二象限内的点?
(3) P 可以表示多少个不在直线 $y = x$ 上的点?

思维训练篇

16. 如图, 标注的数字表示该段网线单位时间内可以通过的最大信息量, 现从结点 A 向结点 B 传递消息, 信息可以分开沿不同的路线同时传递, 小圆圈表示网络的结点, 结点之间的连线表示他们有网线相连, 则该段网线单位时间内可以通过的最大信息量为 ()

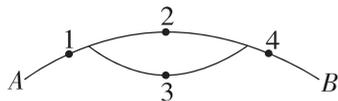


- A. 18 B. 19 C. 24 D. 26
17. [2024 · 山东枣庄三中月考] 将数字 1, 2, 3, 4, 5, 6 排成一列, 记第 i 个数为 $a_i (i = 1, 2, \dots, 6)$, 若 $a_1 \neq 1, a_3 \neq 3, a_5 \neq 5, a_1 < a_3 < a_5$, 则不同的排列方法有_____种.(用数字作答)

第2课时 两个计数原理的综合应用

基础夯实篇

1. 如图所示,在 A, B 间有四个焊接点 $1, 2, 3, 4$, 若焊接点脱落导致断路, 则电路不通. 今发现 A, B 之间电路不通, 则焊接点脱落的不同情况共有 ()

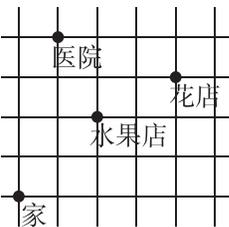


- A. 9种 B. 11种 C. 13种 D. 15种
2. 王老师和李老师给小朋友发水果, 王老师的果篮里有草莓、苹果、芒果 3 种水果, 李老师的果篮里有苹果、樱桃、香蕉、猕猴桃 4 种水果. 小华可以在两个老师的果篮里分别选一个水果, 则小华拿到两种不同的水果的选法共有 ()
- A. 6种 B. 7种 C. 11种 D. 12种

3. [2024·重庆育才中学高二月考] 已知集合 $M = \{1, -2, 3\}$, $N = \{-4, 5, 6, -7\}$, 从两个集合中各选一个数作为点的坐标, 则这样的坐标在直角坐标系中可表示第三、四象限内不同点的个数为 ()
- A. 18 B. 10 C. 16 D. 14
4. 从 $0, 1, 2, 3, 4, 5$ 这六个数中选三个不同的数, 可以组成不同的三位数的个数为 ()
- A. 60 B. 80 C. 100 D. 120

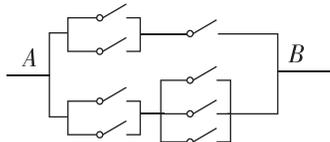
5. (多选题) 小张从家出发去看望生病的同学, 他需要先去水果店买水果, 然后去花店买花, 最后到达医院. 相关的地点都标在如图所示的正方形网格纸上, 网格线是道路, 则 ()

- A. 要求出小张所走路程最短的走法种数, 应该用分类加法计数原理解决
- B. 要求出小张所走路程最短的走法种数, 应该用分步乘法计数原理解决



- C. 小张所走路程最短的走法种数是 11
- D. 小张所走路程最短的走法种数是 72

6. [2024·武汉十一中高二月考] 如图, 要让电路从 A 处到 B 处接通, 则不同的路径条数为 _____.



7. 书架的第 1 层放有 4 本不同的计算机书, 第 2 层放有 3 本不同的文艺书, 第 3 层放有 2 本不同的体育书.

(1) 从书架的第 1, 2, 3 层各取 1 本书, 有多少种不同的取法?

(2) 从书架上任取 2 本不同学科的书, 有多少种不同的取法?

素养提能篇

8. [2024·江苏泰州三中高二月考] 汽车维修师傅在安装好汽车轮胎后, 需要紧固轮胎的五个螺栓, 分别记为 A, B, C, D, E (在正五边形的顶点上), 紧固时需要按一定的顺序固定每一个螺栓, 但不能连续固定相邻的两个, 则固定螺栓不同顺序的种数为 ()
- A. 20 B. 15 C. 10 D. 5

9. 元旦来临之际, 某寝室四人各写一张贺卡, 先集中起来, 然后每人从中拿一张别人送出的贺卡, 则四张贺卡不同的分配方式共有 ()
- A. 6种 B. 9种 C. 11种 D. 23种

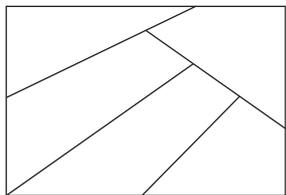
10. 中国空间站的主体结构包括天和核心舱、问天实验舱和梦天实验舱. 2022 年 10 月 31 日 15 时 37 分, 我国将“梦天实验舱”成功送上太空, 完成了最后一个关键部分的发射, “梦天实验舱”也和“天和核心舱”按照计划成功对接, 中国空间站形成三舱“T”字基本构型, 正式完成建造阶段. 如果空间站要安排甲、乙、丙、丁 4 名航天员开展实验, 三舱中每舱至少有 1 人且甲、乙不在同一个舱, 则不同的安排方法共有 ()
- A. 36种 B. 30种 C. 33种 D. 66种

11. (多选题)[2024·山东枣庄三中高二月考] 高二年级安排甲、乙、丙三位同学到 A, B, C, D, E 五个社区进行暑期社会实践活动, 每位同学只能选择一个社区进行活动, 且多个同学可以选择同一个社区进行活动, 则下列说法正确的有 ()
- A. 所有可能的安排方法有 3^5 种
- B. 如果社区 A 必须有同学选择, 则不同的安排方法有 61 种
- C. 如果同学甲必须选择社区 A , 则不同的安排方法有 25 种
- D. 如果甲、乙两名同学必须在同一个社区, 则不同的安排方法有 20 种

12. (多选题) 现有不同的 4 个红球、5 个黄球和 6 个绿球, 则下列说法正确的是 ()
- A. 若要选出一红一黄的 2 个球, 则有 9 种不同的选法
- B. 若要选出一红一黄一绿的 3 个球, 则有 120 种不同的选法
- C. 若要选出不同颜色的 2 个球, 则有 31 种不同的选法
- D. 若要不放回地依次选出 2 个球, 则有 210 种不同的选法

13. 从 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 这 9 个数字中任取两个, 其中一个作为底数, 另一个作为真数, 则可以得到不同对数值的个数为 _____.

14. [2024·武汉十一中高二月考] 在如图所示的 5 个区域内种植花卉, 每个区域种植 1 种花卉, 且相邻区域种植的花卉不同, 若有 6 种不同的花卉可供选择, 则不同的种植方法种数是 _____.



15. 用 0, 1, 2, 3, 4 五个数字.

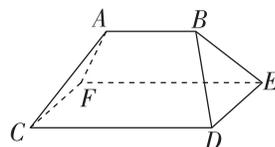
- (1) 可以组成多少个三位数字的密码?
- (2) 可以组成多少个三位数?
- (3) 可以组成多少个能被 2 整除的无重复数字的三位数?

思维训练篇

16. (多选题)[2024·武汉高二期中] 数学中蕴含着无穷无尽的美, 尤以对称美最为直观和显著. 回文数是对称美的一种体现, 它是从左到右与从右到左读都一样的正整数, 如 22, 121, 3443, 94 249 等, 显然两位回文数有 9 个: 11, 22, 33, ..., 99; 三位回文数有 90 个: 101, 111, 121, ..., 191, 202, ..., 999. 下列说法正确的是 ()

- A. 四位回文数有 45 个
- B. 四位回文数有 90 个
- C. $2n(n \in \mathbf{N}^*)$ 位回文数有 10^n 个
- D. $2n+1(n \in \mathbf{N}^*)$ 位回文数有 9×10^n 个

17. 现用四种不同颜色的彩灯装饰五面体 $ABCDEF$ 的六个顶点, 要求 A, B 用同一种颜色的彩灯, 其他各棱的两个顶点挂不同颜色的彩灯, 则不同的装饰方案共有 _____ 种. (用数字作答)



6.2 排列与组合

6.2.1 排列

基础夯实篇

1. 给出下列问题:

- ①从甲、乙、丙 3 名同学中选出 2 名分别参加化学和物理学习小组;
- ②从甲、乙、丙 3 名同学中选出 2 名同学参加一项活动;
- ③从 a, b, c, d 这 4 个字母中取出 2 个字母组成一个密码;
- ④从 1, 2, 3, 4 这 4 个数字中取出 2 个数字组成一个两位数.

其中属于排列问题的个数为 ()

- A. 1 B. 2
C. 3 D. 4
2. 从 6 本不同的书中选出 2 本送给两名同学, 每人一本的送法种数为 ()
- A. 6 B. 12
C. 30 D. 36
3. [2024·江苏清江中学月考] 从 0, 1, 2, 3, 4 这 5 个数中任选 3 个数, 组成没有重复数字的三位数的个数为 ()
- A. 24 B. 36
C. 42 D. 48
4. 将 4 张座位编号分别为 1, 2, 3, 4 的电影票全部分给 3 人, 每人至少 1 张. 如果分给同一人的 2 张电影票具有连续的编号, 那么不同的分法种数是 ()
- A. 24 B. 18
C. 12 D. 6
5. (多选题) 下列问题不是排列问题的是 ()
- A. 从 8 名同学中选取 2 名去参加知识竞赛, 共有多少种不同的选取方法
- B. 10 个人互相通信一次, 共写了多少封信
- C. 平面上有 5 个点, 任意 3 点不共线, 这 5 个点最多可确定多少条直线
- D. 从 1, 2, 3, 4 四个数字中, 任选两个相乘, 其结果共有多少种

6. 从 5 名教师中选派 2 名到两个不同的中学去支教, 且每个中学去 1 名教师, 共有 _____ 种不同的选派方法.
7. 五一车展期间, 某调研机构准备从 5 人中选 3 人去调查 E1 馆、E3 馆、E4 馆的参观人数, 则不同的安排方法种数为 _____.
8. (1) 写出从 a, b, c, d 这 4 个字母中任意取出 2 个字母的所有排列;
- (2) 写出从 a, b, c, d 这 4 个字母中任意取出 3 个字母的所有排列.

素养提能篇

9. 参加完某项活动的 6 名成员合影留念, 前排和后排各 3 人, 则不同排法的种数为 ()
- A. 360 B. 720
C. 2160 D. 4320

思维训练篇

10. [2024·辽宁本溪一中高二期末] 某中学举行的秋季运动会中,有甲、乙、丙、丁四位同学参加100米短跑决赛,现将四位同学安排在1,2,3,4这4个跑道上,每个跑道安排一名同学,则甲不在2跑道,乙不在4跑道的不同安排方法种数为()
A. 12 B. 14 C. 16 D. 18
11. (多选题)下列说法中正确的是()
A. 由数字1,2,3,4,5,6可以组成24个没有重复数字的两位数
B. 要把3张不同的电影票分给10个人,每人最多一张,则不同的分法共有720种
C. 有7本不同的书,从中选3本送给3名同学,每人各1本,共有210种不同的送法
D. 有5名同学被分别安排在周一至周五值日,已知同学甲只能在周一值日,那么5名同学值日顺序的编排方案共有24种
12. 字母w,o,r,d总的排列方法种数为_____ ;若把英语单词“word”的字母顺序写错了,则可能出现的错误排列共有_____种.
13. 若一排有8个座位,安排4名同学间隔就座,则共有_____种不同的安排方法.(用数字作答)
14. 一枚骰子连掷三次,投掷出的数字按顺序排成一个三位数.
(1)可以排成多少个各位数字互不相同的三位数?
(2)可以排成多少个不同的三位数?
15. 将5个1,5个2,5个3,5个4,5个5共25个数填入一个5行5列的表格内(每格填入1个数),使得同一列中任意两数之差的绝对值不超过2.设第 k 列的所有数的和为 $r_k(k=1,2,3,4,5)$, m 为 r_1,r_2,r_3,r_4,r_5 中的最小值,则 m 的最大值为()
A. 8 B. 9 C. 10 D. 11
16. 用1,2,3,4这四个数字(可重复)排成三位数,并把这些三位数从小到大排成一个数列 $\{a_n\}$.
(1)写出这个数列的前8项.
(2)这个数列共有多少项?
(3)若 $a_n=341$,求 n 的值.



6.2.2 排列数

第1课时 排列数公式

基础 夯实篇

1. [2024·浙江海宁中学高二月考] 若 $A_n^2 = 20$, 则 n 的值为 ()
 A. 2 B. 3
 C. 4 D. 5
2. $10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 =$ ()
 A. A_{10}^7 B. A_{10}^6
 C. A_{10}^5 D. A_{10}^4
3. $\frac{A_9^9}{A_9^6} =$ ()
 A. 6 B. 24
 C. 360 D. 720
4. 已知 $A_{2x}^3 = 100A_x^2$, 则 $x =$ ()
 A. 11 B. 12
 C. 13 D. 14
5. 如果 $A_n^m = 15 \times 14 \times 13 \times 12 \times 11 \times 10$, 那么 $n =$ _____, $m =$ _____.
6. 不等式 $A_n^2 - n < 15$ 的解集为 _____.

素养 提能篇

7. 设 $n \in \mathbf{N}^*$, 且 $n < 19$, 则 $(19-n) \cdot (20-n) \cdot \dots \cdot (2024-n)$ 等于 ()
 A. A_{2024-n}^{2005} B. A_{2024-n}^{2006-n}
 C. A_{2024-n}^{19} D. A_{2024-n}^{2006}
8. 若 $M = A_1^1 + A_2^2 + A_3^3 + \dots + A_{2023}^{2023}$, 则 M 的个位数字是 ()
 A. 3 B. 8
 C. 0 D. 5
9. (多选题)[2024·山东泰安二中高二月考] 下列各式中正确的是 ()
 A. $n! = \frac{(n+1)!}{n+1}$ B. $A_n^m = n A_{n-1}^{m-1}$
 C. $A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$ D. $A_{n-1}^{m-1} = \frac{(n-1)!}{(m-n)!}$

10. (多选题) 对于正整数 n , 定义“ $n!!$ ”如下: 当 n 为偶数时, $n!! = n \times (n-2) \times (n-4) \times \dots \times 6 \times 4 \times 2$; 当 n 为奇数时, $n!! = n \times (n-2) \times (n-4) \times \dots \times 5 \times 3 \times 1$. 则下列说法中正确的是 ()
 A. $2021!! \times 2020!! = 2021!$
 B. $2004!! = 2^{1002} \times 1002!$
 C. 2020!! 的个位数字是 0
 D. 2005!! 的个位数字是 0
11. 若 $1 \leq n \leq 10$ 且 $n \in \mathbf{N}^*$, $(11-n)(12-n) \dots (20-n) = A_{20-n}^m$, 则 $m =$ _____.
12. 已知 $0! + A_n^2 = 133$, 则 $n =$ _____; 计算 $A_{2n}^{n+3} + A_3^n =$ _____.
13. 求证: $A_n^n = A_n^m A_{n-m}^{n-m}$.

14. (1)解不等式 $A_8^x < 6A_8^{x-2}$ ($2 < x \leq 8$ 且 $x \in \mathbf{N}^*$);

(2)解方程 $A_{2x+1}^4 = 140A_x^3$.

15. [2024·江苏清江中学高二月考] 规定 $A_x^m = x(x-1)\cdots(x-m+1)$, 其中 $x \in \mathbf{R}, m \in \mathbf{N}^*$, 且 $A_x^0 = 1$, 这是排列数 A_n^m ($n, m \in \mathbf{N}^*$, 且 $m \leq n$) 的一种推广, 则 $A_{\sqrt{2}+1}^3 =$ ()

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. 1 C. $\sqrt{2}$ D. 2

16. 证明 $\frac{n}{(n+1)!} = \frac{1}{n!} - \frac{1}{(n+1)!}$, 并利用这一结果

化简:

(1) $\frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \frac{3}{4!} + \cdots + \frac{9}{10!}$;

(2) $\frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \frac{3}{4!} + \cdots + \frac{n}{(n+1)!}$.

第2课时 排列的简单应用

基础夯实篇

- 从2,3,5,7四个数中任选两个分别相除,则得到的不同结果有 ()
A. 6个 B. 10个
C. 12个 D. 18个
- 从5本不同的书中选出3本分别送3位同学,每人一本,则不同的送法种数是 ()
A. 10 B. 60 C. 243 D. 15
- 由1,2,3,4,5,6组成没有重复数字且1,3不相邻的六位数的个数是 ()
A. 240 B. 288
C. 360 D. 480
- 在制作飞机的某一零件时,要先后实施6个工序,其中工序A只能出现在第一步或最后一步,工序B和C在实施时必须相邻,则实施顺序的编排方法共有 ()
A. 34种 B. 48种
C. 96种 D. 144种
- 某年级举办线上小型音乐会,由6个节目组成,演出顺序有如下要求:节目甲必须排在前两位,节目丙必须排在节目乙的下一个,则该小型音乐会节目演出顺序的编排方案共有_____种.
(用数字作答)
- 有2名男生、3名女生,在下列不同条件下,求不同的排法的种数.
(1)全体站成一排,甲不站排头也不站排尾;
(2)全体站成一排,女生必须站在一起;
(3)全体站成一排,男生互不相邻.

素养提能篇

- 一个单层的书架上竖放着《诗经》《西游记》《菜根谭》《呐喊》《文化苦旅》五本书,现欲将《围城》《骆驼祥子》《四世同堂》三本书放回到书架上(竖放),要求不打乱原有五本书的顺序,且《骆驼祥子》和《四世同堂》必须相邻,则不同的放法共有 ()
A. 40种 B. 42种
C. 60种 D. 84种
- 在由0,1,2,3,4,5所组成的没有重复数字的四位数中,能被5整除的有 ()
A. 512个 B. 192个
C. 240个 D. 108个
- 某校举办优质课比赛,决赛阶段共有包括甲、乙、丙在内的六名教师参加.如果甲、乙、丙三人中有一人第一个出场,且最后一个出场的只能是甲或乙,则不同的出场方案共有 ()
A. 48种 B. 69种
C. 84种 D. 96种
- (多选题)[2024·辽宁大连高二期末]象棋作为一种古老的传统棋类益智游戏,具有深远的意义和价值,它具有红黑两种阵营,将、车、马、炮、兵等均为象棋中的棋子.现将3个红色的“将”“车”“马”棋子与2个黑色的“将”“车”棋子排成一列,则下列说法正确的是 ()
A. 共有120种排列方式
B. 若2个“将”相邻,则有24种排列方式
C. 若2个“将”不相邻,则有72种排列方式
D. 若同色棋子不相邻,则有12种排列方式
- (多选题)[2024·武汉十一中高二月考]现有甲、乙、丙等8名学生排成一排照相,则下列说法中正确的是 ()
A. 甲排在两端,共有 $2A_7^7$ 种排法
B. 甲、乙都不能排在两端,共有 $(A_8^8 - A_2^2 A_6^6)$ 种排法
C. 甲、乙、丙三人相邻(指这三个人之间都没有其他学生),共有 A_6^6 种排法
D. 甲、乙、丙互不相邻(指这三个人中的任何两个人都不相邻),共有 $A_5^5 A_6^3$ 种排法

12. [2024·大连高二期末] 用 1,2,3,4,5,6 组成的没有重复数字的六位数中,满足相邻的数字奇偶性不同的个数为_____.
13. 某班星期一上午有 4 节课,现从语文、数学、英语、物理、历史和体育这 6 门学科中任选 4 门排在上午的课表中,若前 2 节只能排语文、数学和英语,数学课不能排在第 4 节,体育课只能排在第 4 节,则不同的排法种数为_____.
14. 话说唐僧师徒四人去西天取经,某日路上捉了妖怪甲和妖怪乙,可是取经路上凶险颇多,那么六位如何站位各人有自己的想法.(结果用数值表示)
- (1)唐僧说:“徒儿们,妖怪本性不错,我们六个随便站吧.”请问一共有多少种站法?
- (2)八戒提出:“两个妖怪不能站在排头和排尾,否则他们会逃走!”那么按照八戒的想法,一共有多少种站法?
- (3)悟空说:“师傅!师傅!你必须和我站在一起!如果怕妖怪逃走,让八戒和妖怪站在一起,并且八戒在妖怪中间!”按照悟空的说法,请问一共有多少种站法?

15. 用 0,1,2,3,4,5 这 6 个数字可以组成多少个:
- (1)无重复数字的四位偶数?
- (2)无重复数字且个位数字不是 5 的六位数?
- (3)无重复数字的六位数?若这些六位数按从小到大的顺序排成一个数列,则 234 015 是该数列的第几项?

思维训练篇

16. 数论领域的四平方和定理最早由欧拉提出,后被拉格朗日等数学家证明.四平方和定理的内容是:任意正整数都可以表示为四个整数的平方和(其中有些整数可以为零),例如 $12 = 3^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2 = 2^2 + 2^2 + 2^2 + 0^2$. 设 $36 = a^2 + b^2 + c^2 + d^2$,其中 a, b, c, d 均为自然数,则满足条件的有序数组 (a, b, c, d) 的个数是_____.
17. [2024·江苏海州高级中学高二期中] 某中学团委举行了由甲、乙、丙、丁、戊、辛 6 名学生参加的“争做时代接班人”的演讲比赛,决出第 1 名到第 6 名的名次,赛后甲、乙两名参赛者向老师询问成绩,老师对甲说:“很遗憾,你没有得到冠军”;对乙说:“你和甲的名次相差 2 名”.若老师说的都是对的,则 6 人的名次排列情况可能有_____种.

6.2.3 组合

基础 夯实篇

- 下列四个问题中属于组合问题的是 ()
 - 从4名志愿者中选出2人分别参加导游和翻译的工作
 - 从0,1,2,3,4这5个数字中选取3个不同的数字组成一个三位数
 - 从全班同学中选出3名同学出席第31届世界大学生夏季运动会开幕式
 - 从全班同学中选出3名同学分别担任班长、副班长和学习委员
- 从3名男生和4名女生中各选2人组成一队参加数学建模比赛,则不同的选法种数是 ()
 - 12
 - 18
 - 35
 - 36
- 某同学在书店发现4本各不相同的辅导书,决定至少购买其中2本,则不同的购买方案有 ()
 - 8种
 - 10种
 - 11种
 - 12种
- 某市从包含甲、乙在内的5名大学毕业生中选出2人担任县长助理,则甲、乙至少有1人入选的不同选法种数为 ()
 - 10
 - 20
 - 7
 - 6
- 集合 $\{0,1,2,3\}$ 的子集中,含有3个元素的集合的个数是 ()
 - 4
 - 5
 - 7
 - 8
- [2024·江苏淮阴中学高二月考]将五名学生代表名额分配到四个班级,每班至少有一人,则有_____种不同的分配方案.(用数字作答)
- 商场举行有奖促销活动,顾客购买一定金额的商品后即可抽奖.抽奖方法是:从装有2个红球 A_1, A_2 和1个白球 B 的甲箱与装有2个红球 a_1, a_2 和2个白球 b_1, b_2 的乙箱中,各随机摸出1个球,若摸出的2个球都是红球则中奖,否则不中奖.则所有可能摸出的结果种数为_____.(答案用数字作答)

素养 提能篇

- 有甲、乙两个盒子,甲中有3个不同的蓝球,乙中有2个不同的红球,从甲和乙中分别取1个球,共有的组合种数为 ()
 - 6
 - 5
 - 9
 - 8
- 某新农村社区共包括8个自然村,且这些村庄分布零散,没有任何三个村庄在一条直线上,现要在该社区内建“村村通”工程,则共需建公路的条数为 ()
 - 4
 - 8
 - 28
 - 64
- (多选题)现有甲、乙、丙、丁四名同学,下列说法正确的有 ()
 - 四名同学互相握手,共需握12次手
 - 四名同学互相握手,共需握6次手
 - 四名同学互相写信,共需写6封信
 - 四名同学互相写信,共需写12封信
- (多选题)从1,2,3,4,5,6中任取三个不同的数字相加,则下列说法正确的有 ()
 - 不同的结果有9种
 - 不同的结果有10种
 - 和的最小值为6
 - 和的最大值为15
- 从 $0, 1, \sqrt{2}, \frac{\pi}{2}, \sqrt{3}, 2$ 这六个数字中,任取两个数字作为直线 $y = x \tan \alpha + b$ 的倾斜角和截距,共可组成_____条平行于 x 轴的直线.
- 某市工商局对15种商品进行抽样检查,检查结果显示有5种假货,现从15种商品中选取3种,则至少有2种假货在内的不同取法共有_____种.

思维训练篇

14. 判断下列问题是组合问题还是排列问题：

(1) a, b, c, d 四支足球队之间进行单循环比赛，共需比赛多少场？

(2) a, b, c, d 四支足球队争夺冠、亚军，有多少种不同的结果？

(3) 从全班 40 人中选出 3 人分别担任班长、副班长和学习委员，有多少种不同的选法？

(4) 从全班 40 人中选出 3 人参加某项活动，有多少种不同的选法？

15. 用列举法写出下列组合：

(1) 从 4 个不同元素中任取 3 个元素的所有组合；

(2) 从 5 个不同元素中任取 2 个元素的所有组合.

16. [2024 · 湖南三湘名校高二期中] 陶瓷艺术源远流长，人们的日常生活中随处可见，尤其房屋装饰中瓷砖拼接的艺术颇具美感. 当一些纵向长度为 1，横向长度为 2 的矩形瓷砖在垂直或水平方向上没有间隙即恰好拼成矩形时，其铺设方法被称为瓷砖的“布置”. 设纵向长度为 3，横向长度为 $2n$ 的长方形为 R_n ，使用 $3n$ 块瓷砖的 R_n 的“布置”方法总数为 r_n ，则 $r_2 =$ _____.

17. 某校夏令营有 3 名男同学 A, B, C 和 3 名女同学 X, Y, Z ，其年级情况如下表：

	一年级	二年级	三年级
男同学	A	B	C
女同学	X	Y	Z

现从这 6 名同学中随机选出 2 人参加知识竞赛（每人被选到的可能性相同）.

(1) 用表中字母列举出所有可能的结果；

(2) 列出选出的 2 人来自不同年级且恰有 1 名男同学和 1 名女同学的所有可能结果.

6.2.4 组合数

第1课时 组合数公式及性质

基础夯实篇

1. 若 $C_n^2 = 36$, 则 n 的值为 ()
A. 7 B. 8 C. 9 D. 10
2. 下列计算结果是 21 的是 ()
A. $A_4^2 + C_6^2$ B. C_7^3
C. A_7^2 D. C_7^2
3. 若 $3A_n^3 - 6A_n^2 = 4C_{n+1}^2$, 则 $n =$ ()
A. 5 B. 8 C. 7 D. 6
4. 满足关系式 $2C_n^3 \leq A_n^2$ 的正整数 n 组成的集合为 ()
A. $\{2, 3, 4\}$ B. $\{3, 4, 5\}$
C. $\{3, 4, 5, 6\}$ D. $\{1, 2, 3, 4, 5\}$
5. 若 $C_n^{13} = C_n^7$, 则 $C_n^{18} =$ _____.
6. 方程 $2C_6^x = A_6^2$ ($x \in \mathbf{N}$ 且 $x \leq 6$) 的解为 $x =$ _____.

素养提能篇

7. $C_4^4 + C_5^4 + C_6^4 + C_7^4 + C_8^4 + C_9^4 =$ ()
A. C_{10}^4 B. C_{10}^5
C. C_{10}^7 D. A_{10}^4
8. 若集合 $A = \{n \in \mathbf{N} \mid A_n^n = A_n^{n-1}\}$, $B = \{n \in \mathbf{N} \mid C_n^n = C_n^{4-n}\}$, 则 $A \cap B =$ ()
A. \emptyset B. $\{4\}$
C. $\{0, 4\}$ D. $\{0, 1, 2, 3, 4\}$

9. (多选题) 使不等式 $C_n^2 \geq C_n^3$ ($n \in \mathbf{N}^*$) 成立的 n 的取值可以是 ()
A. 3 B. 4 C. 5 D. 6
10. (多选题) 下列有关排列数、组合数的等式中, 正确的是 ()
A. $C_n^m = \frac{A_n^m}{n!}$
B. $(n+2)(n+1)A_n^m = A_{n+2}^{m+2}$
C. $C_{n+1}^{m+1} = C_n^m + C_n^{m+1}$
D. $mC_n^m = nC_{n-1}^{m-1}$
11. 若 $A_{n+1}^2 - C_n^{n-2} = 27$, 则 $n =$ _____.
12. 已知 $\frac{1}{C_5^m} - \frac{1}{C_6^m} = \frac{7}{10C_7^m}$, 则 $m =$ _____.
13. 求下列各式的值.
(1) $A_4^1 + A_4^2 + A_4^3 + A_4^4$;
(2) $C_5^3 + C_5^4$;
(3) $C_n^{5-n} + A_{n+1}^{9-n}$.

14. 已知 $7A_6^x = 20A_7^{x-1}$ ($1 < x \leq 6, x \in \mathbf{N}^*$).

(1) 求 x 的值;

(2) 求 $C_{20}^{20-x} + C_{17+x}^{x-1}$ 的值.

15. 下列各式中与 C_{n+1}^m ($m \leq n, m, n \in \mathbf{N}^*$) 不相等的是 ()

A. C_{n+1}^{n-m+1}

B. $\frac{A_{n+1}^m}{A_m^m}$

C. $C_n^{m-1} + C_n^m$

D. $\frac{(n+1)!}{(n-m)! m!}$

16. (1) 若 $C_3^2 + C_4^2 + C_5^2 + \dots + C_n^2 = 363$, 求正整数 n 的值;

(2) 证明: $C_n^m = \frac{m+1}{n+1} C_{n+1}^{m+1}$;

(3) 证明: $C_n^0 + C_{n+1}^1 + C_{n+2}^2 + \dots + C_{n+m-1}^{m-1} = C_{n+m}^m$.

第2课时 组合的简单应用

基础夯实篇

- 某施工小组有男工7名,女工3名,现要选1名女工和2名男工去支援另一施工队,则不同的选法有 ()
A. C_{10}^3 种 B. A_{10}^3 种
C. $A_7^2 A_3^1$ 种 D. $C_3^1 C_7^2$ 种
- 某人射击7次,击中5次,则击中和未击中的不同顺序情况共有 ()
A. 21种 B. 20种
C. 19种 D. 16种
- 某人上班从家到单位的路上途经6个红绿灯路口,遇到4次绿灯,2次红灯,则2次红灯不相邻的情况有 ()
A. 5种 B. 10种
C. 15种 D. 30种
- 在空间直角坐标系中,已知点 $P(a, b, c)$,若 $a, b, c \in \mathbb{N}^+$,且 $a < b < c < 7$,则满足条件的点 P 共有 ()
A. 15个 B. 20个
C. 25个 D. 30个
- [2024·厦门一中高二期中] 某省在2021年高考进入“3+1+2”选科模式,即语文、数学、英语三门必考,物理和历史二选一,化学、政治、生物、地理四选二,在此规则下学生共有_____种选科方式.
- 记从长度分别为1,2,3,4,5的五条线段中任取三条的不同取法有 n 种,在这些取法中,若以取出的三条线段为边可组成的钝角三角形的个数为 m ,则 $\frac{m}{n} =$ _____.

素养提能篇

- [2024·北京西城区高二期末] 在正方体的8个顶点中任选3个,则这3个顶点恰好不在同一个正方形中的选法共有 ()
A. 12种 B. 24种
C. 32种 D. 36种
- 从单词“equation”中选取5个不同的字母排成一排,含有q,u(其中q,u相连)的不同排法共有 ()

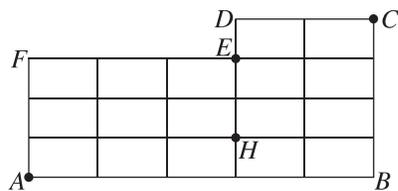
- A. 120种 B. 480种
C. 720种 D. 960种
- [2024·青岛中学高二期末] 甲、乙、丙3人准备前往A,B,C,D这4个景点游玩,其中甲和乙已经去过A景点,本次不再前往A景点游玩.若每个人都至少选择1个景点但不超过3个景点游玩,则3人可组成的不同游玩组合有 ()
A. 735种 B. 686种
C. 540种 D. 465种
- (多选题)从6名男生和5名女生中选出3人分别担任班长、学习委员和体育委员,则下列结论正确的是 ()
A. 若所选的3人中有女生,则不同的选法有870种
B. 若所选的3人中恰有2名女生,则不同的选法有360种
C. 若班长由女生担任,则不同的选法有225种
D. 若担任班长和学习委员的学生性别不同,则不同的选法有540种
- (多选题)现有6本不同的书,按下列方法进行分配,其中分配方法种数正确的是 ()
A. 分给甲、乙、丙三人,每人各2本,有90种分法
B. 分给甲、乙、丙三人,一人4本,另两人各1本,有180种分法
C. 分给甲、乙、丙、丁四人,甲、乙每人2本,丙、丁每人1本,有180种分法
D. 分给甲、乙、丙、丁四人,有两人各2本,另两人各1本,有2160种分法
- [2024·江西师大附中高二期末] 甲、乙、丙、丁4所学校将分别组织部分学生开展研学活动,现有A,B,C,D,E五个研学基地供选择,每个学校只选择一个基地,则4所学校中至少有3所学校所选研学基地不相同的选法种数为_____.
- [2024·武汉十一中高二月考] 在100,101,102,...,999这些数中,各位数字按严格递增(如“145”)或严格递减(如“321”)的顺序排列的数的个数是_____.

思维训练篇

14. [2024·江西上饶高二期末] 某学校有男运动员 4 名,女运动员 6 名,其中男、女队长各一名,现选拔 4 名运动员参加全市中学生运动会.
- (1)共有多少种选法?
- (2)若要求至少有 1 名队长参加,则有多少种选法?

16. 回文联是我国对联中的一种.用回文形式写成的对联,既可顺读,也可倒读,不仅意思不变,而且颇具趣味.在数学中也有这样一类顺读与倒读都是同一个数的自然数,称之为“回文数”,如 44,585,2662,那么用数字 1,2,3,4,5,6 可以组成四位“回文数”的个数为 ()
- A. 30 B. 36 C. 360 D. 1296

17. 如图,已知图形 $ABCDEF$ 内部连有线段.
- (1)由点 A 沿着图中的线段到达点 E 的最近路线有多少条?
- (2)由点 A 沿着图中的线段到达点 H 再到达点 C 的最近路线有多少条?
- (3)图中共有多少个矩形?



15. 一个口袋内有 4 个不同的红球和 6 个不同的白球.
- (1)从中任取 4 个球,红球的个数不比白球的个数少的取法有多少种?
- (2)若取一个红球记 2 分,取一个白球记 1 分,从中任取 5 个球,使总分不少于 7 分的取法有多少种?

